

解答例

2026年度 東北公益文科大学一般選抜 数学・情報

第1問

(1) 両辺に 5^x をかけると $5^x > 0$ なので

$$\begin{aligned}1 - 5^{2x} &> 0 \\ 5^{2x} &< 1\end{aligned}$$

よって解は $x < 0$ 。

(2) $X = 2^x$ とおくと

$$\begin{aligned}X^2 - 3 \cdot 2^{-\frac{1}{2}}X + 1 &< 0 \\ (X - 2^{-\frac{1}{2}})(X - 2 \cdot 2^{-\frac{1}{2}}) &< 0\end{aligned}$$

これより

$$2^{-\frac{1}{2}} < 2^x < 2 \cdot 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

よって解は $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ 。

(3) 不等式の対数の底を 10 にそろえると

$$\begin{aligned}\frac{\log_{10} x}{\log_{10} 7} - \frac{\log_{10} x}{\log_{10} 2} &< 0 \\ \frac{\log_{10} \frac{2}{7}}{\log_{10} 7 \log_{10} 2} \log_{10} x &< 0\end{aligned}$$

$\log_{10} 2 > 0, \log_{10} 7 > 0, \log_{10} \frac{2}{7} < 0$ なので

$$\log_{10} x > 0$$

よって解は $x > 1$ 。

(4) x は底なので $x > 0, x \neq 1$ 。 $4x - 1$ は真数なので $4x - 1 > 0$, つまり $x > \frac{1}{4}$ 。

不等式の対数の底を 10 にそろえると

$$\frac{\log_{10}(4x-1)}{\log_{10} x} > 1$$

● $x > 1$ の場合

両辺に $\log_{10} x$ をかけると $\log_{10} x > 0$ なので

$$\log_{10}(4x-1) > \log_{10} x$$

$$4x - 1 > x$$

$$x > \frac{1}{3}$$

もともと $x > 1$ なのでこれは満たす。

● $\frac{1}{4} < x < 1$ の場合

両辺に $\log_{10} x$ をかけると $\log_{10} x < 0$ なので

$$\log_{10}(4x-1) < \log_{10} x$$

$$4x - 1 < x$$

$$x < \frac{1}{3}$$

つまり $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{3}$ である。

以上より、解は $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{3}, x > 1$ 。

第2問

余弦定理より、

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cos \theta$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (x_1^2 + y_1^2) + (x_2^2 + y_2^2) - 2\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \cos \theta$$

$$x_2^2 - 2x_2x_1 + x_1^2 + y_2^2 - 2y_2y_1 + y_1^2 = x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2 - 2\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \cos \theta$$

$$-2x_1x_2 - 2y_1y_2 = -2\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \cos \theta$$

$$x_1x_2 + y_1y_2 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \cos \theta$$

したがって、

$$\vec{r_1} \cdot \vec{r_2} = |\vec{r_1}| |\vec{r_2}| \cos \theta$$

が成り立つ。

第3問

(1)

$$11111101010_{(2)} = 1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^1 \\ = 2026$$

(2) 20.25 は正の値であるので符号部は 0 である。次に, 20.25 を 2 進数で表記すると

$$20.25 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^{-2} \\ = 10100.01_{(2)}$$

さらにこの値を正規化すると,

$$1.010001 \times 2^4$$

となる。上記より, 指数部は $(4 + 127) = 131$ および $131 = 10000011_{(2)}$ であるから 100 0001 1, 仮数部は 010 0010 0000 0000 0000 0000 となる。よって, 0100 0001 1010 0010 0000 0000 0000 0000 となる。

(3) 0 秒から 0.01 秒までに 33 回, すなわち 1 秒間に 3,300 回標本化が行われていると考えると, 標本データ 1 つにつき 8 ビット, すなわち 1 バイトであるので, この音声の 1 秒あたりのデータ量は 3,300 バイトとなる。音声は 5 秒間継続するので, 総データ量は 16,500 バイトとなる。

(4) プログラムは以下のとおり。

```
sum = 0 , sum2 = 0
i = 1
i <= n の間繰り返す:
| sum = sum + x[i]
| sum2 = sum2 + x[i] * x[i]
└ i = i + 1
ave = sum / n
var = sum2 / n - ave * ave
```

第4問

(1) 両辺に z をかけて

$$za_n = (z^2 + 1)a_{n-1} - za_{n-2} \\ za_n - a_{n-1} = z(za_{n-1} - a_{n-2})$$

これより

$$b_n = zb_{n-1}$$

(2) (1) より z の等比級数であるが, 初項は b_2 なので一般項は

$$b_n = z^{n-2}b_2 = z^{n-2}(za_2 - a_1) = z^{n-2} \left(z - \frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)$$

である。

(3) $z + \frac{1}{z} = \sqrt{2}$ の両辺に z をかけると

$$z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$$

と変形できるので, 解は

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 \pm i) = \frac{1 \pm i}{\sqrt{2}}$$

となる。

(4) $z_{\pm} = (1 \pm i)/\sqrt{2}$ とすると $a_1 = z_-$ である。

$z = z_-$ のとき, (2) より

$$z_-a_n - a_{n-1} = (z_-)^{n-2}(z_-a_2 - a_1) = 0$$

なので

$$a_n = \frac{1}{z_-}a_{n-1}$$

となる。これは公比 $1/z_-$ の等比級数なので, 一般項は

$$a_n = (z_-)^{1-n}a_1 = (z_-)^{2-n} = \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^{2-n} = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^{n-2}$$

となる。